УДК 519.633.2+621.791.7

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КАПЛЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОДА, ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ МАТЕРИАЛА КОТОРОГО ЗАВИСЯТ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

СУВОРОВ С. В., ВАХРУШЕВ А. В.

Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН, 426067, г. Ижевск, ул. Т. Барамзиной, 34

АННОТАЦИЯ. Исследуемый процесс каплеобразования электрода предполагает разогрев электрода в диапазоне температур от температуры при нормальных условиях (293 K) до температуры кипения материала электрода (3145 K). В процессе разогрева электрода изменяется не только его температура, но и значения теплофизических величин материала электрода – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и удельное электрическое сопротивление. Учет изменения теплофизических величин материала электрода, в зависимости от его температуры, может существенно изменить картину процесса каплеобразования электрода, в том числе распределение температур по электроду и зоны плавления электрода. При этом сам процесс разогрева электрода исследуется в двухмерной постановке с допущением, что тепловой поток, создаваемый электросварочной дугой, распределен по торцу электрода согласно с нормальным законом распределения вероятности Гаусса. Таким образом, проведенное исследование, при сделанных допущениях, даёт достаточно точную картину процесса каплеобразования электроде.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сварка, электрод, численное моделирование, теплопроводность, теплоемкость, удельное электрическое сопротивление, плавление, кипение.

введение

Данная работа является развитием исследования процесса каплеобразования электрода при электродуговой сварке, методом численного моделирования в двухмерной постановке, которое было показано в статье [1]. Двухмерная постановка модели процесса каплеобразования электрода объясняется допущением о том, что тепловой поток, создаваемый электросварочной дугой, распределен по торцу электрода согласно с нормальным законом распределения вероятности Гаусса. Результатами работы [1] являются выявление значительной неравномерности распределения температур по электроду, увеличение времени разогрева до начала кипения материала электрода и установление более точных границ зоны расплава электрода.

Однако, допущение о том, что теплофизические величины материала электрода, коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и удельное электрическое сопротивление, не зависят от температуры, является приемлемым лишь в узком интервале температур. В свою очередь учет изменения теплофизических величин материала электрода позволяет рассчитывать на получение более точных данных о процессе разогрева и каплеобразования электрода при электродуговой сварке.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Повторим допущения, сделанные в [1] при моделировании процесса каплеобразования на конце электрода в двухмерной постановке и дополним их:

- теплообмен между защитным газом и электродом отсутствует;
- тепловое расширение материала электрода отсутствует;
- электрод имеет цилиндрическую форму;

- тепловой поток, создаваемый электросварочной дугой, распределен по торцу электрода согласно с нормальным законом распределения вероятности Гаусса [2];

- в расплавленной части электрода число Рейнольдса стремится к нулю (Re→0);

- расчет ведется до момента закипания материала электрода;

— значения теплофизических величин материала электрода – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и удельное электрическое сопротивление – зависят от температуры.

В данной работе, процесс теплопроводности в самом электроде описывается в двухмерной, осесимметричной постановке с теми же размерами расчетной области, что приведены в [1].

С учетом [3 – 5] теплопроводность в электроде при его разогреве электрической дугой описывается следующей математической моделью:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \gamma \cdot j^{2} - \dot{m}_{m} \Delta H_{m} - \dot{m}_{b} \Delta H_{b}, \begin{cases} 0 \le x \le l_{\infty}, \\ 0 \le r \le r_{e}, \end{cases},$$

$$k = k(T), c = c(T), \gamma = \gamma(T) \end{cases}$$

$$(1)$$

где значения переменных и констант соответствует [1].

Граничные и начальные условия, описываются аналогично [1]:

$$-k \frac{\partial T(0, r, \tau)}{\partial x} = q(0, r), \begin{cases} 0 \le \tau \le \tau_1, \\ 0 \le r \le r_e, \end{cases}$$

$$-k \frac{\partial T(l_{\infty}, r, \tau)}{\partial x} = 0, \begin{cases} 0 \le \tau \le \tau_1, \\ 0 \le r \le r_e, \end{cases}$$

$$-k \frac{\partial T(x, 0, \tau)}{\partial x} = 0, \begin{cases} 0 \le \tau \le \tau_1, \\ 0 \le x \le l_{\infty}, \end{cases}$$

$$-k \frac{\partial T(x, r_e, \tau)}{\partial x} = 0, \begin{cases} 0 \le \tau \le \tau_1, \\ 0 \le x \le l_{\infty}, \end{cases}$$

$$T(x, r, 0) = 293 K, \end{cases}$$

$$(2)$$

где q(0,r) – тепловой поток, создаваемый электросварочной дугой и распределённый по торцу электрода согласно с нормальным законом распределения вероятности Гаусса; τ_1 – момент времени начала кипения материла электрода.

Модель плавления и кипения материала электрода и условные обозначения такие же, как и в [1] согласно [5]:

$$\rho(\partial Y_m / \partial \tau) = \dot{m}_m; \dot{m}_m = (c\rho\Delta T_m) / \Delta H_m;
\Delta T_m = \begin{cases} 0, ecnu \ T(\tau + \Delta \tau) < T_m; \\ [T(\tau + \Delta \tau) - T_{mn}(\tau)] / \Delta \tau \ ecnu \ T(\tau + \Delta \tau) > T_m; \\ T_{mn}(\tau) = \max(T(\tau), T_m); \\ \rho(\partial Y_b / \partial \tau) = \dot{m}_b; \dot{m}_b = (c\rho\Delta T_b) / \Delta H_b; \\ \rho(\partial Y_b / \partial \tau) = \dot{m}_b; \dot{m}_b = (c\rho\Delta T_b) / \Delta H_b; \\ [T(\tau + \Delta \tau) < T_b; \\ [T(\tau + \Delta \tau) - T_{bn}(\tau)] / \Delta \tau \ ecnu \ T(\tau + \Delta \tau) > T_b; \\ T_{bn}(\tau) = \max(T(\tau), T_b); \end{cases}$$
(3)

Ряд теплофизических величин из соотношения (3) соответствуют аналогичным величинам, приведенным в [6]:

 $\rho = 7770$ кг/м³; $T_m = 1800$ K; $\Delta H_m = 247100$ Дж/кг; $T_b = 3145$ K; $\Delta H_b = 6267123$ Дж/кг.

Зависимости коэффициента теплопроводности (k), удельной теплоемкости (c) и удельного электрического сопротивления (γ) от температуры для материала электрода принимаем равными значениям для стали 08, приведенным в табличной форме в работе [7], кроме того при моделировании была проведена кусочно-линейная аппроксимация данных теплофизических величин, что графически представлено на рис. 1. Если температура материала электрода выходила за диапазон, определенный для той или иной теплофизической величины указанной в [7], то значение теплофизической величины, оставалось постоянным, и было равно её крайнему значению.



Рис. 1. Зависимость значений теплофизических величин материала электрода от температуры 1 - k, BT/(м·K); 2 - c, Дж/(кг·K); $3 - \gamma$, Ом·м; 4 - a, м²/с

На рис. 1 изображен график температуропроводности (*a*) материала электрода [3], рассчитанный с учетом допущения об отсутствии теплового расширения материала электрода. По мере увеличения температуры значения температуропроводности уменьшаются с $1.59 \cdot 10^{-5}$ м²/с при 273 K до $0.58 \cdot 10^{-5}$ м²/с при 1600 K, достигая минимума в $0.36 \cdot 10^{-5}$ м²/с при 973 K.

Для расчета плотности тока используют следующие соотношения, аналогично [1]:

$$j = \frac{1}{S}, S = 0.25 \pi d^{2}, d = 2 r_{e},$$
(4)

где *I* – сила тока сварочной дуги; *S* – площадь поперечного сечения электрода; *d* – диаметр электрода.

Как и в работе [1] допущение о том, что тепловой поток по торцу электрода, согласно с нормальным законом распределения вероятности Гаусса, определяется соотношением, приведенным в исследованиях [2] и [8]:

$$q_{\max} = \frac{\lambda}{\pi} \eta UI,$$

$$q(0,r) = q_{\max} \cdot \exp(-\lambda r^{2}), 0 \le r \le r_{e},$$

$$\lambda = 4 d^{-2},$$
(5)

где q_{\max} – максимальное значение теплового потока, создаваемого электросварочной дугой; η – КПД преобразования электрической мощности сварочной дуги в тепловую; U – напряжение сварочной дуги; λ – коэффициент сосредоточенности сварочной дуги. Числовые значения величин – η , d, λ , U_{min} , U_{max} , I_{min} , I_{max} соответствуют приведённым в [6]. В табл. 1 приведены значения максимального теплового потока сварочной дуги, рассчитанные по соотношению (5) для четырех комбинаций напряжения и силы тока сварочной дуги.

Таблица 1

Максимальное значение теплового потока сварочной дуги	$rac{\lambda}{\pi}\eta U_{ m min}I_{ m min}$	$rac{\lambda}{\pi}\eta U_{ m max}I_{ m min}$	$rac{\lambda}{\pi}\eta U_{ m min}I_{ m max}$	$rac{\lambda}{\pi}\eta U_{\max}I_{\max}$
q_{\max} , Дж/(м $^2 \cdot c$)	$9.626 \cdot 10^7$	$1.925 \cdot 10^8$	$2.674 \cdot 10^8$	5.348·10 ⁸

Тепловой поток сварочной дуги

В данной работе для решения задачи теплопроводности (1) с учетом начальных и граничных условий (2) применяется метод контрольных объемов [9], называемый в отечественной литературе – интегро-интерполяционным [10].

Применение дискретного аналога, выполненного по явной схеме для решения системы уравнений (1), означает, что существует максимально допустимый шаг по времени и определяется следующим соотношением:

$$\Delta \tau < 0.5 \cdot \min\left(\frac{c \ \rho \ \Delta x_{\min}^2}{2 \ k}; \frac{c \ \rho \ \Delta r_{\min}^2}{2 \ k}\right),\tag{6}$$

где Δx_{min} , Δr_{min} – минимальные размеры контрольного объема во всей расчетной области.

Дискретизация расчетной области была проведена следующим образом:

— расчетная область вдоль оси *Or* разбивалась равномерно на контрольные объемы размером $\Delta r = 10^{-5}$ м;

– по оси *Ox* размеры контрольных объемов последовательно увеличиваются от $\Delta x_0 = 10^{-5}$ м до $\Delta x_{max} = 10^{-4}$ м, подчиняясь соотношению:

$$\Delta x_0 \le \Delta x_i = \Delta x_0 \cdot z^{1-1} \le \Delta x_{\max},\tag{7}$$

где z = 1.01 – знаменатель геометрической прогрессии. Таким образом, размеры контрольных объемов увеличиваются по мере их удаления от торца электрода в его глубину и при достижении максимально возможного размера, ограничиваемого условием, $\Delta x_i \leq \Delta x_{max}$, размеры контрольных объемов не меняются и далее расчетная область дискретизируется контрольными объемами равных размеров;

— узловые точки контрольных объемов располагались посередине между границами контрольных объемов [9].

Применение контрольных объемов, размеры которых увеличивались вдоль оси *Ox*, позволяет уменьшить общее число контрольных объемов, что позволило сократить расходы машинного времени на моделирование процесса.

«Половинные» контрольные объемы имеют наименьшие размеры, определяемые соотношением:

$$\Delta x_{\min} = 0.5 \Delta x_0, \\ \Delta r_{\min} = 0.5 \Delta r, \quad (8)$$

С учетом параметров дискретизации расчетной области получаем, что $\Delta x_{\min} = \Delta r_{\min} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$

Подставляя значение Δx_{\min} и Δr_{\min} в (6) определим, что шаг по времени не должен превышать $\Delta \tau < 6.09 \cdot 10^{-7}$ с.

Примем шаг по времени равным $\Delta \tau = 5.0 \cdot 10^{-7}$ с.

Размеры расчетной области, определяемые величинами l_{∞} и r_e , примем равными $l_{\infty} = 25 \cdot 10^{-3}$ м, а согласно (4) $r_e = 0.5d = 2.5 \cdot 10^{-3}$ м.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты моделирования в графической форме представлены на рис. 2 – 5. Из графиков на рис. 2 следует, что учет влияния температуры на теплофизические величины материала электрода увеличивает градиент температур в зоне близкой к торцу электрода, на который собственно и воздействует тепловой поток от электросварочной дуги. Данное явление обусловлено двумя факторами – снижением температуропроводности и повышением удельного электрического сопротивления материла электрода по мере увеличения температуры самого электрода.



Рис. 2. Профили температур по длине электрода при различных значениях теплового потока сварочной дуги в узловых точках вдоль координатной линии r = 0 при $k, c, \gamma = \text{const: } 1 - q_{\text{max}} = 9.626 \cdot 10^7, \ \exists \varkappa/(\text{m}^2 \cdot \text{c}); 2 - q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8, \ \exists \varkappa/(\text{m}^2 \cdot \text{c});$ при $k, c, \gamma = \text{var: } 3 - q_{\text{max}} = 9.626 \cdot 10^7, \ \exists \varkappa/(\text{m}^2 \cdot \text{c}); 4 - q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8, \ \exists \varkappa/(\text{m}^2 \cdot \text{c})$

Рис. 3, так же как и рис. 1, отражает тот факт, что градиент температур в случае $k, c, \gamma = var$ выше, чем в случае моделирования при допущении о постоянстве теплофизических величин ($k, c, \gamma = const$) материала электрода.



Рис. 3. Распределение поля температур в электроде в момент закипания при $q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8$, Дж/(м²·с) (числовые значения изолиний указаны в градусах Кельвина), *a*) *k*, *c*, $\gamma = \text{const}$; δ) *k*, *c*, $\gamma = \text{var}$

Однако следует заметить, что при $k, c, \gamma =$ var изотермы более равномерны в радиальном направлении, чем при $k, c, \gamma =$ const, это отражает тот факт, что влияние температуры на теплофизические величины материала электрода приводит к более равномерному перераспределению тепла от разогретого центра электрода к его периферии.

Как видно из графиков рис. 4, время необходимое для нагрева материала электрода до его закипания в модели, где учитывается, что $k, c, \gamma = var$ меньше, чем в модели с допущением $k, c, \gamma = const [1]$.



Рис. 4. Изменение температуры на поверхности торца электрода при различных значениях теплового потока сварочной дуги в узловой точке с координатами (0, 0) при k, c, $\gamma = \text{const: } 1 - q_{\text{max}} = 9.626 \cdot 10^7$, Дж/(м²·c); $2 - q_{\text{max}} = 1.925 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $3 - q_{\text{max}} = 2.674 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $4 - q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); при k, c, $\gamma = \text{var: } 5 - q_{\text{max}} = 9.626 \cdot 10^7$, Дж/(м²·c); $6 - q_{\text{max}} = 1.925 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $7 - q_{\text{max}} = 2.674 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $8 - q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c)

На рис. 5 приведены границы расплавленной части электрода в случаях с учетом и в случаях без учета влияния температуры электрода на его теплофизические характеристики, при различных значениях величины теплового потока от электросварочной дуги.



Рис. 5. Границы расплавленного материала электрода при k, c, $\gamma = \text{const: } 1 - q_{\text{max}} = 9.626 \cdot 10^7$, Дж/(м²·c); $2 - q_{\text{max}} = 1.925 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $3 - q_{\text{max}} = 2.674 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $4 - q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); при k, c, $\gamma = \text{var: } 5 - q_{\text{max}} = 9.626 \cdot 10^7$, Дж/(м²·c); $6 - q_{\text{max}} = 1.925 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $7 - q_{\text{max}} = 2.674 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c); $8 - q_{\text{max}} = 5.348 \cdot 10^8$, Дж/(м²·c);

Из рис. 5 следует, что при любом значении максимального теплового потока зона расплава металла, в случае учета $k, c, \gamma =$ var меньше, чем в случае моделирования при допущении о постоянстве теплофизических величин ($k, c, \gamma =$ const) материала электрода.

В табл. 2 приведены результаты численного моделирования процесса каплеобразования электрода при сварке в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = var$ и $k, c, \gamma = const$ и проведено их сравнение. Из значений, приведенных в табл. 2, можно сделать вывод о том, что с увеличением максимального теплового потока разница между зонами расплава металла в случаях учета $k, c, \gamma = var$ и $k, c, \gamma = const$, уменьшается. Так же с увеличением максимального теплового потока разница во времени необходимом для закипания материала электрода при сварке в случаях учета $k, c, \gamma = var$ и $k, c, \gamma = var$

Таблица 2

Максимальное значение теплового потока, Дж/(м ² ·с)	9.626·10 ⁷	1.925·10 ⁸	$2.674 \cdot 10^8$	5.348·10 ⁸
Время разогрева до начала кипения в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = \text{const}, c$	0.26348	0.0518	0.0261	0.00695
Время разогрева до начала кипения в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = var, c$	0.18341	0.0405	0.0213	0.00588
Отношение времени разогрева до начала кипения в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = \text{const } \kappa k, c, \gamma = \text{var}$	1.44	1.28	1.22	1.18
Максимальная глубина зоны расплава электрода в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = \text{const}, \text{мм}$	0.88	0.438	0.328	0.178
Максимальная глубина зоны расплава электрода в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = var, мм$	0.56	0.295	0.225	0.123
Отношение максимальной глубины зоны расплава электрода в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = \text{const } \kappa$ $k, c, \gamma = \text{var}$	1.57	1.48	1.46	1.45

Результаты моделирования процесса каплеобразования электрода в двухмерной постановке при $k, c, \gamma = \text{const}$ и $k, c, \gamma = \text{var}$

выводы

Учет зависимости коэффициента теплопроводности (k), удельной теплоемкости (c) и удельного электрического сопротивления (γ) от температуры для материала электрода позволил значительно уточнить картину процесса каплеобразования.

Учет *k*, *c*, γ = var, в сравнении со случаем *k*, *c*, γ = const, позволил установить:

- увеличение градиента температур в электроде в осевом направлении;

– уменьшение времени, необходимого для закипания материала электрода;

- сокращение зоны расплава металла;

– большую равномерность распределения температур в электроде в радиальном направлении.

Первые три явления обусловлены влиянием двух факторов, проявляющихся по мере увеличения температуры электрода – снижением температуропроводности и повышением удельного электрического сопротивления материла электрода.

Все описанные явления тем менее выражены, чем выше максимальное значение теплового потока.

В целом можно заключить, что введение допущения о том, что значения коэффициента теплопроводности (k), удельной теплоемкости (c) и удельного электрического сопротивления (γ) материала электрода зависят от температуры, позволяет более точно описать теплофизические процессы, протекающие в электроде при электродуговой сварке.

Работа выполнена в рамках бюджетного финансирования по теме 0427-2019-0021 "Дискретно-континуальные модели, гибридные вычислительные алгоритмы и экспериментальные исследования взаимодействия подвижных деформируемых тел и газо/жидкостных потоков".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Суворов С. В., Вахрушев А. В. Численное моделирование в двухмерной постановке процесса каплеобразования электрода при сварке // Химическая физика и мезоскопия. 2019. Т. 21, № 4. С. 525-532.

2. Васильев К. В., Вилль В. И., Волченко В. Н. и др. Сварка в машиностроении. Справочник в 4 томах / под ред. Н.А. Ольшанского. М.: Машиностроение, 1979. Т. 1. 504 с.

3. Карслоу Г. Егер Д. Теплопроводность твердых тел / пер. со второго англ. издания, под ред. А.А. Померанцева. М.: Наука, 1964. 488 с.

4. Пентегов И. В., Письменный А. С., Петриенко О. И., Сидорец В. Н., Рымар С. В., Жерносеков А. М., Петриенко Л. П. Сравнение аналитического и численного методов расчета режимов механизированной сварки в среде защитных газов // Вестник приазовского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2012. № 24. С. 196-204.

5. Липанов А. М., Макаров С. С., Карпов А. И., Макарова Е. В. Численное исследование охлаждения высокотемпературного металлического цилиндра потоком газожидкостной среды // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 1(103). С. 53-60.

6. Суворов С. В., Вахрушев А. В. Численное моделирование процесса каплеобразования электрода при сварке // Химическая физика и мезоскопия. 2018. Т. 20, № 3.С. 335-341.

7. Казанцев Е. И. Промышленные печи. Справочное руководство для расчетов и проектирования. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Металлургия, 1975. 368 с.

8. Кректулева Р. А., Батранин А. В. Совместное решение обратной задачи теплопроводности и задачи оптимального проектирования в технологии сварки неплавящимся электродом // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 320, № 2. С. 104-109.

9. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ., под ред. В.Д. Виленского. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.

10. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М. : Наука, 1971. 552 с.

Numerical Simulation of the Electrode Drop Formation Process During Welding in Two-Dimensional Installation With Not Constant Thermal Values

Suvorov S. V., Vakhrushev A. V.

Udmurt Federal Research Center, Ural Branch of the Russian Academy of Science, Izhevsk, Russia

SUMMARY. The investigated process of electrode dropping assumes heating of the electrode in the temperature range from the temperature under normal conditions (293 K) to the boiling point of the electrode material (3145 K). In the process of heating the electrode, not only its temperature changes, but also the values of the thermophysical quantities of the electrode material - the thermal conductivity coefficient, specific heat capacity and specific electrical resistance. Taking into account the change in the thermophysical values of the electrode material, depending on its temperature, can significantly change the picture of the electrode dropping process, including the temperature distribution over the electrode and the electrode melting zone. In this case, the very process of heating the electric welding arc is distributed over the end of the electrode in accordance with the normal Gaussian probability distribution law. Thus, the studies carried out, with the assumptions made, give a fairly accurate picture of the electrode dropping process during welding.

KEYWORDS: welding, electrode, numerical modeling, thermal conductivity, heat capacity, electrical resistivity, melting, boiling.

REFERENCES

1. Suvorov S. V., Vahrushev A. V. Chislennoe modelirovanie v dvuhmernoj postanovke processa kapleobrazovaniya elektroda pri svarke [Numerical modeling in a two-dimensional statement of the process of dropship of electrode at welding]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2019, no. 4(21), pp. 525-532. https://doi.org/10.15350/17270529.2019.4.55

2. Vasil'ev K. V., Vill' V. I., Volchenko V. N. i dr. *Svarka v mashinostroenii* [Welding in mechanical engineering]. Spravochnik v 4 t. / pod red. N.A. Ol'shanskogo. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1979. Vol. 1. 504 p.

3. Carslaw H. S., Jaeger J. C. *Conduction of heat in solids*. Second Ed. Oxford, Clarendon Press, 1959. 517 p.

4. Pentegov I. V., Pis'mennyy A. S., Petrienko O. I., Sidorets V. N., Rymar S. V., Zhernosekov A. M., Petrienko L. P. Sravnenie analiticheskogo i chislennogo metodov rascheta rezhimov mekhanizirovannoy svarki v srede zashchitnykh gazov [Comparison of Analytical and Numerical Methods for Calculating the Modes of Mechanized Welding in Shielding Gases]. *Vestnik priazovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki* [Reporter of the Priazovskyi State Technical University. Section: Technical sciences], 2012, no. 24, pp. 196-204.

5. Lipanov A. M., Makarov S. S., Karpov A. I., Makarova E. V. Simulation study of a hot metal cylinder cooling by gas-liquid flow. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2017, vol. 24. no. 1. pp. 53-60. https://doi.org/10.1134/S0869864317010061

6. Suvorov S. V., Vakhrushev A. V. Chislennoe modelirovanie protsessa kapleobrazovaniya elektroda pri svarke [Numerical modeling of the process of dropship of electrode at welding]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2018, vol. 20, no. 3, pp. 335-341.

7. Kazantsev E. I. Promyshlennye pechi [Industrial furnaces]. Moscow: Metallurgiya Publ., 1975. 368 p.

8. Krektuleva R. A., Batranin A. V. Sovmestnoe reshenie obratnoy zadachi teploprovodnosti i zadachi optimal'nogo proektirovaniya v tekhnologii svarki neplavyashchimsya elektrodom [The joint solution of the inverse heat conduction problem and optimal design problems in the technology of non-consumable electrode welding]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2012, vol. 320, no. 2, pp. 104-109.

9. Patankar S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. NY, Hemisphere Publ., 1980. 197 p.

10. Samarskiy A. A. Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem. Moscow: Nauka Publ., 1971. 552 p.

Суворов Степан Валентинович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник УдмФИЦ УрО РАН, e-mail: <u>ssv.82@mail.ru</u>

Вахрушев Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией механики наноструктур УдмФИЦ УрО РАН, тел. (3412) 21-45-83, e-mail: vakhrushev-a@yandex.ru